第2回IBISMLチュートリアル

機械学習に基づく自然言語処理 一教師なし学習と最近の話題

持橋大地 統計数理研究所 daichi@ism.ac.jp

2013-11-10(日) IBIS 2013

本チュートリアルの目的

- 「教師あり学習」と「教師なし」学習の関係について、実際の立場から
- 自然言語処理における教師なし学習は、どんなものが可能か
 - 自然言語処理を題材にした教師なし学習入門
- 教師なし学習の可能性と展望
 - 教師なし学習=クラスタリングではない!
- 扱わないもの: 連続系の確率モデル、音・画像などの 教師なし学習 (非常に重要)

目次

- 教師なし学習 (Unsupervised Learning) とは
- 簡単なモデルの教師なし学習
- 複雑なモデルの教師なし学習
- 自然言語処理研究の先端での教師なし学習 & 関連する統計モデルについて

教師なし学習の概要

教師あり学習

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$:入力值
 - 例 $\mathbf{x} = (0\ 2\ 1\ 0\ 0\ \cdots\ 1\ 0\ 4)$ ある文書における単語の出現回数

$$\mathbf{x} = (17\ 5\ 3\ 2\ 108\ 91\ 2\ 34\ \cdots)$$

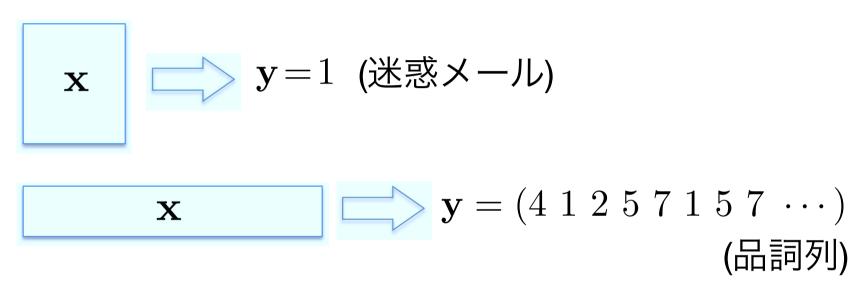
When he was a young boy, a book ...

ある文を単語のIDの列に直したもの

- $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$:出力值
 - 非常に多くの場合、m=1(スカラー)かその系列/ 組み合わせ
 - $\mathbf{y}=y\in\{0,1\}$ ある文書が迷惑メールか否か $\mathbf{y}=(4\ 1\ 2\ 5\ 7\ 1\ 5\ 7\ \cdots)$ 上の文に対応する品詞列 (接続詞, 名詞, 動詞, ...)のID

教師あり学習 (2)

教師あり学習の目的: xからyを予測する



- 確率モデル: $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$
 - 回帰/分類問題 (を系列や木に拡張したもの)
 - $\mathbf{x} \mapsto \mathbf{y}$ の写像さえ学習すればよい!
 - ex. MeCab (CRF), Cabocha(SVM), Jubatus (線形), ...

教師あり学習 (3)

- $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ の学習には大量の教師データ $\{\mathbf{y}_n\}_{n=1}^N$ が必要
 - 「文に対する正しい形態素解析」の数万文の集合
 - 話し言葉、崩れた言葉の場合は?
 - 「正しい品詞」とは?
 - 人手の解析ミスはないか? [→クラウドソーシング(鹿島さん)]
 - 「この文書が属する正しいカテゴリ」の集合
 - "正しいカテゴリ"が常に一意に決まるか?
 - そもそも、カテゴリの定義は?
 - 正解が簡単には定義できない場合が多い

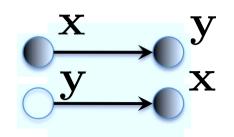


一般には、こちらの方が難しい問題

「データそのもの」からの学習=教師なし学習

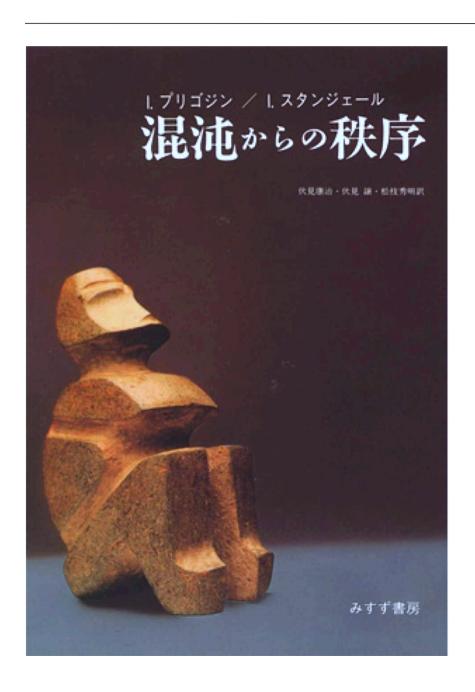
二つの学習の関係について

- 教師あり学習: $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$
- 教師なし学習: $p(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y}} p(\mathbf{x}, \mathbf{y})$



$$= \sum_{\mathbf{y}} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) p(\mathbf{y})$$

- 教師なし学習は、教師あり学習で既知の"ラベル"を 推定すべき潜在変数とおいたもの
- ちなみに、 $p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x})$ は密度推定なので教師なし学習に属するが、実際はハイブリッド
 - p(y|x)は回帰モデル、p(x)は密度推定
 - 「教師」の定義の問題・・・・人手で作るのではなく、 自然なyを教師データにすればよい
 - amazonの星の数、旅行の行き先、動画のコメント、...



Intermission

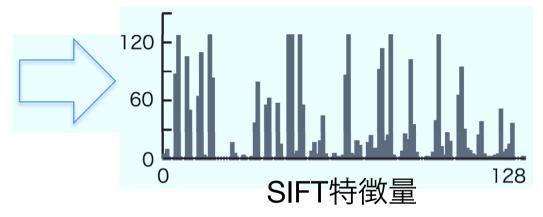
簡単なモデルの教師なし学習

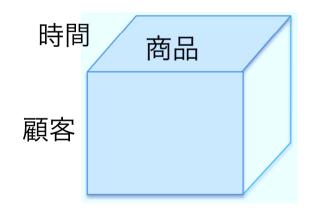
Bag of words: 最も簡単なデータ

• 多くのデータは、特徴量(素性)とその値の集合で表せる

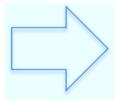


画像/映像 データ





購買データ



紅茶:2, バター:1, CD:4, 文庫本:3, ・・・・

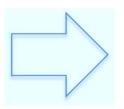


CHAPTER ONE BEHIND THE GYM

IT was a dull autumn day and Jill Pole was crying behind the g

She was crying because they had been bullying her. This is not going to be a school story, to I shall say as little at possible about Jill's school, which is not a pleasant subject. It was "Coeducational," a school for both boys and girls, what used to be called a "mixed" school; some asaid was not nearly so mixed as the minds of the people who in at. These people had the idea that boys and girls school does be allowed to do what they liked. And unfortunately what the date that boys and girls school does were a bully inghe others. All over of things, borned fritteen of the briggest boys and girls led beet was a bully inghe others. All over of things, borned trum, but at this school they weren! Or even if they were, the people who did them were not explicted or punished. The Head said they were interesting procheogical cases and sent for them and talked to them for hours. And if you knew the right sort of things to say to the Head, the man result was that you became rather a favourite them otherwise.

文書データ



シリア:2, 和平:4, 国際:1, 条約:1, 締結:1, ・・・・

ナイーブベイズ法、テキスト分類

- 各文書 \mathbf{w}_n にラベル y_n がついているデータ $\{\mathbf{w}_1, y_1\}, \{\mathbf{w}_2, y_2\}, \{\mathbf{w}_3, y_3\}, \cdots$ があるとする
 - $\mathbf{w}_n = (w_{n1}, w_{n2}, \dots, w_{nT})$: n番目の文書の単語をIDにして並べたもの (例: $\mathbf{w} = (175321891234\dots)$)
- 目的:新しい文書 \mathbf{w} に対するラベルyを予測したい

$$p(y=k|\mathbf{w}, {\mathbf{w}_n, y_n}\}_{n=1}^N, \Theta)$$

- 識別器のアプローチ: SVM
- 確率モデルのアプローチ: ナイーブベイズ, ロジスティック回帰

実はロス関数の定義が違うだけ!

ナイーブベイズ法

ベイズの定理から、

$$p(y|\mathbf{w}) \propto p(\mathbf{w}|y) p(y)$$

- p(y)は教師データの経験分布からほぼ明らかなので、p(w|y) だけが問題!
- 単純(ナイーブ)な仮定:クラスy=kの下で、各単語wの生起は独立で、p(w|k)に従う

$$p(\mathbf{w}|y=k) = p(w_1|k) \cdot p(w_2|k) \cdot p(w_3|k) \cdots p(w_T|k)$$
$$= \prod_{i=1}^{T} p(w_i|k)$$

ナイーブベイズ法のパラメータ: p(k)およびp(w|k)

ナイーブベイズ法 (2)

- 推定するパラメータ: p(k), p(w|k)
 - 学習データでの単純な数をカウントするだけ

$$\begin{cases} p(k) & \propto \sum_{n=1}^{N} \mathbb{I}(y_n = k) \\ p(w|k) & \propto p(w,k) \propto \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{T} \mathbb{I}(y_n = k) \mathbb{I}(w_{ni} = w) \end{cases}$$

• 導出: データ全体の尤度

$$p(\mathbf{W}, \mathbf{y}) = p(\mathbf{y})p(\mathbf{W}|\mathbf{y}) = \prod_{n=1}^{N} p(y_n) \prod_{i=1}^{n} p(w_{ni}|y_n)$$

の対数をとって、ラグランジュの未定乗数法

ナイーブベイズ法 (3)

よって、

$$p(y=k|\mathbf{w}) \propto p(k) \prod_{i=1}^{T} p(w_i|k)$$
 $\iff \log p(y=k|\mathbf{w}) \propto \log p(k) + \sum_{i=1}^{T} \log p(w_i|k)$ うべルkの事後スコア 事前スコア 各単語のスコア

でラベルyの事後確率分布がわかる.

ナイーブベイズ法 (4)

Subject: Powerful growth formula From: jessica@susie.schubert.de Keep your loved one contented at night http://...

- p(y=迷惑メール|w)∝p(迷惑メール)x p(keep|1) x p(your|1)x p (loved|1) x p(one|1) x p(contented|1) x p(at|1) x p(night|1)
 = 0.1 x 0.01 x 0.01 x 0.1 x 0.01 x 0.1 x 0.01 x 0.1
 = 1x10⁻¹²
- p(y=普通メール|w)∝p(普通メール)x p(keep|0) x p(your|0)x p (loved|0) x p(one|0) x p(contented|0) x p(at|0) x p(night|0) = 0.9 x 0.01 x 0.01 x 0.01 x 0.01 x 0.01 x 0.01 = 9x10⁻¹⁴
- よって、p(y=迷惑メール)=10⁻¹²/(10⁻¹²+9x10⁻¹⁴)=0.91743

ナイーブベイズ法**→UM**

- もしラベル y_n がなく、 \mathbf{w}_n だけが与えられたら?
 - 一般にはこちらの方がよくある状況
 - $\rightarrow y_n$ を潜在変数にすればよい!
- 潜在変数の周辺化

$$p(\mathbf{w}_n) = \sum_{y_n} p(\mathbf{w}_n, y_n) \left(= \sum_{y_n} p(\mathbf{w}_n | y_n) p(y_n) \right)$$

 ナイーブベイズ法の教師なし版・・・・ Unigram Mixtures (Nigram+ 2000)

Unigram Mixtures (UM)

- ynがわからなくても、EMアルゴリズムで学習できる
 - 0. パラメータ p(k), p(w|k) を適当に設定
 - 1. Eステップ 各文書 \mathbf{w}_n について、 $p(y_n = k | \mathbf{w}_n) \propto p(k) \prod_{i=1}^T p(w_{ni} | k)$ を計算

2. Mステップ

$$p(k) \propto \sum_{n=1}^{N} p(y_n | \mathbf{w}_n)$$

$$p(w|k) \propto \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{T} p(y_n = k | \mathbf{w}_n) \mathbb{I}(w_{ni} = w)$$

を更新

3. 収束していなければ1に戻る

ナイーブベイズの学習を繰り返し行うだけ!

EMアルゴリズムの直感的な説明

$$p(\mathbf{x}|\Theta) = \sum_{y} p(\mathbf{x}, y|\Theta)$$

- yの値が潜在変数でわからないので、
 - Eステップ: 現在のモデルから、各 \mathbf{x}_i のもつ y_i の確率分布 $p(y_i|\mathbf{x}_i,\Theta)$ を計算
 - Mステップ: 上の確率分布を重みづけに使って、 パラメータΘを最尤推定
 Eステップに戻る
- 基本はこれだけ!



Unigram Mixturesの学習例

UMの学習ツール: um-0.1.tar.gz
 http://www.ism.ac.jp/~daichi/dist/um/um-0.1.tar.gz

```
mondrian:~/work/um/src%./um
um, Unigram Mixtures.
Copyright (C) 2012 Daichi Mochihashi, all rights reserved.
$Id: um.c,v 1.4 2013/01/05 06:33:55 daichi Exp $
usage: um -M mixtures [-e eta] [-g gamma] [-d epsilon] [-l emmax] train model
        = Dirichlet prior for beta (default 0.01)
eta
gamma = Dirichlet prior for lambda (default 0)
epsilon = relative difference for convergence (default 0.0001)
mondrian:~/work/um/src%./um -M 10 cran.dat model
iteration 1/100.. (1397/1397)PPL = 626
iteration 2/100.. (1397/1397)PPL = 511.64
iteration 3/100.. (1397/1397)PPL = 482.871
iteration 4/100.. (1397/1397)PPL = 480.815
iteration 5/100.. (1397/1397)PPL = 480.53
iteration 6/100.. (1397/1397)PPL = 480.277
iteration 7/100.. (1397/1397)PPL = 480.178
iteration 8/100.. (1397/1397)PPL = 480.123
iteration 9/100.. (1397/1397)PPL = 480.112
converged.
writing model..
done.
```

Unigram Mixtures (例)

毎日新聞2001年度のテキスト(一部)から計算した UMのトピック別単語分布p(w|k)の上位特徴語

Topic 2 の,円,億,する,を,は, 生産,など,年度, 生産,た,料,削減,事業, 予算,や,化,計画,販売, いる,費,旅行,国内,工場, なる,減,グループ,から, 機,月,USJ,向け,会社, 同社,開業,年間,発表, 赤字,統合 Topic 3 社長,を,た,さ,月, 発泡,酒,容疑,年,者, れ,相,藤,氏,首相,会, は,化,秋山,検出, 市原,石川,辞任,社, 取締役,出身,就任, から,灯油,アサヒ Topic 4 の,を,米,テロ,米国, する,パキスタン,同時, インド,アフガニスタン, タリバン,し,支援,へ, 多発,政府,アフガン, 国,いる,ドル,政権, 経済,組織,国際,金融, 資金,攻撃,IMF,など, 協議

Unigram Mixtures (例)

毎日新聞2001年度のテキスト(一部)から計算した UMのトピック別単語分布p(w|k)の上位特徴語

 Topic 100 た,さん,で,容疑, い,さん,で,容疑, い,調べ,ごろ,と,捜査, 署,市,れ,時,者,事件, が,み,県,書,分, 男,は,県警,分, 男性,本部,殺人,いう, 男性,本前,町,車, 同署,人,員,死亡,疑い 乗用車,女性,府警

実際的な問題とベイズ的な解決

- 実際にナイーブベイズ/UMを適用すると、問題が発生
 - 単語wがラベルkの文書で一度も現れなければ、

$$p(w|k) \propto \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{T} \mathbb{I}(y_n = k) \mathbb{I}(w_{ni} = w) = 0$$

このとき、wを含む文書がラベルkから生成される確率 は完全に0になってしまう

$$p(\mathbf{w}|k) = p(w_1|k)p(w_2|k)\cdots p(\mathbf{w}|k)\cdots p(w_T|k) = 0$$

簡単な対策: 小さな値αを足す

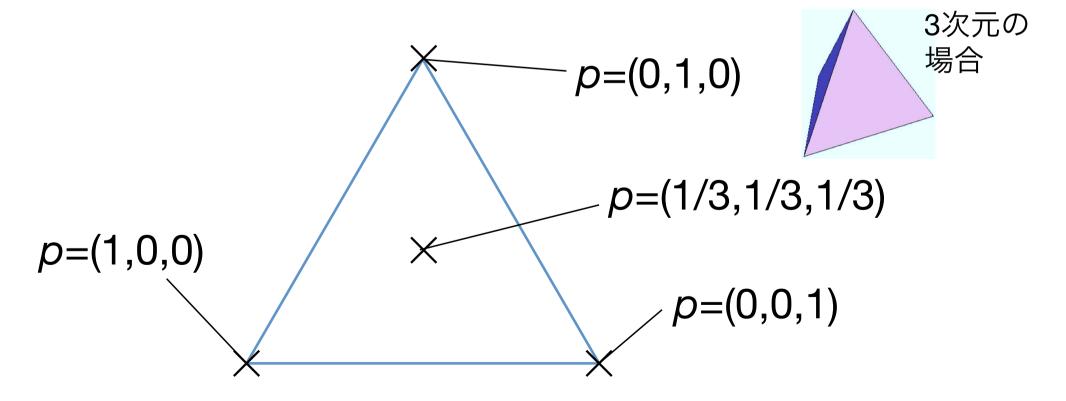
$$p(w|k) \propto \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{T} \mathbb{I}(y_n = k) \mathbb{I}(w_{ni} = w) + \alpha$$

- どういう意味がある?
- どうやってαを求めればよい?

多項分布と単体

K次元の多項分布

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2, \cdots, p_K) \ (p_k \ge 0, \ \sum_k p_k = 1)$$
は、単体(Simplex)とよばれるK-1次元の図形の中に存在

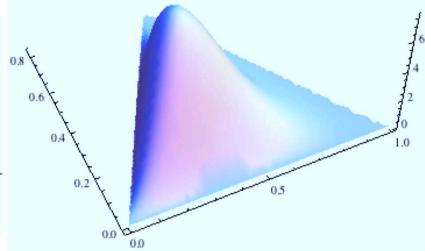


ディリクレ分布

• $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_K) \ (p_k \ge 0, \sum_k p_k = 1) \ \mathcal{D}$ とき、 ディリクレ分布

$$p(\mathbf{p}|\boldsymbol{\alpha}) \propto \prod_{k=1}^{K} p_k^{\alpha_k - 1}$$

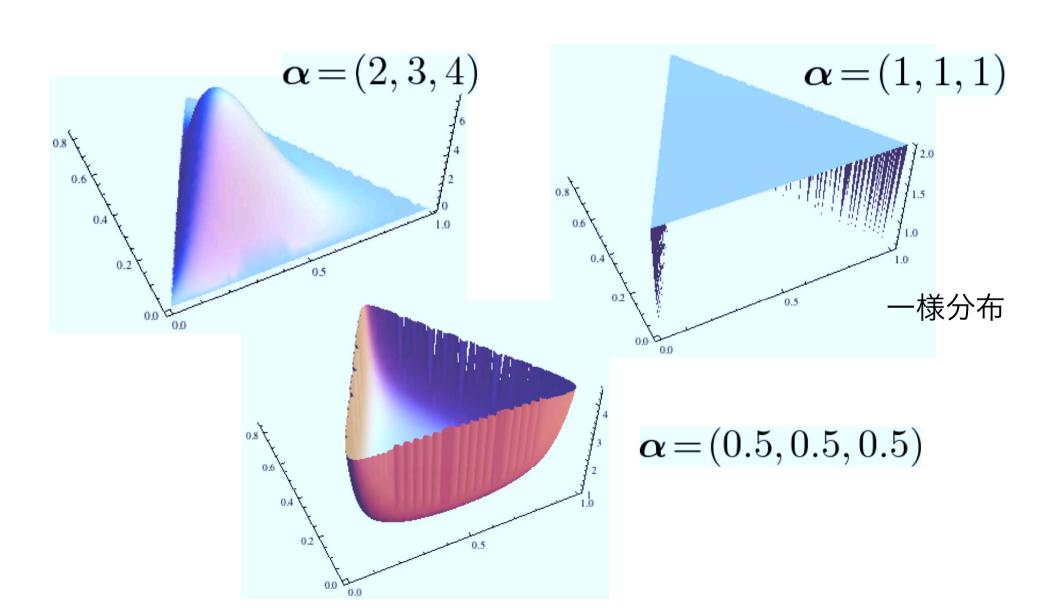
$$= \frac{\Gamma(\sum_k \alpha_k)}{\prod_k \Gamma(\alpha_k)} \prod_{k=1}^{K} p_k^{\alpha_k - 1}$$



- $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_K) :$ パラメータ $(\alpha_k > 0)$
- 期待値: $E[p_k|\boldsymbol{\alpha}] = \frac{\alpha_k}{\sum_k \alpha_k}$

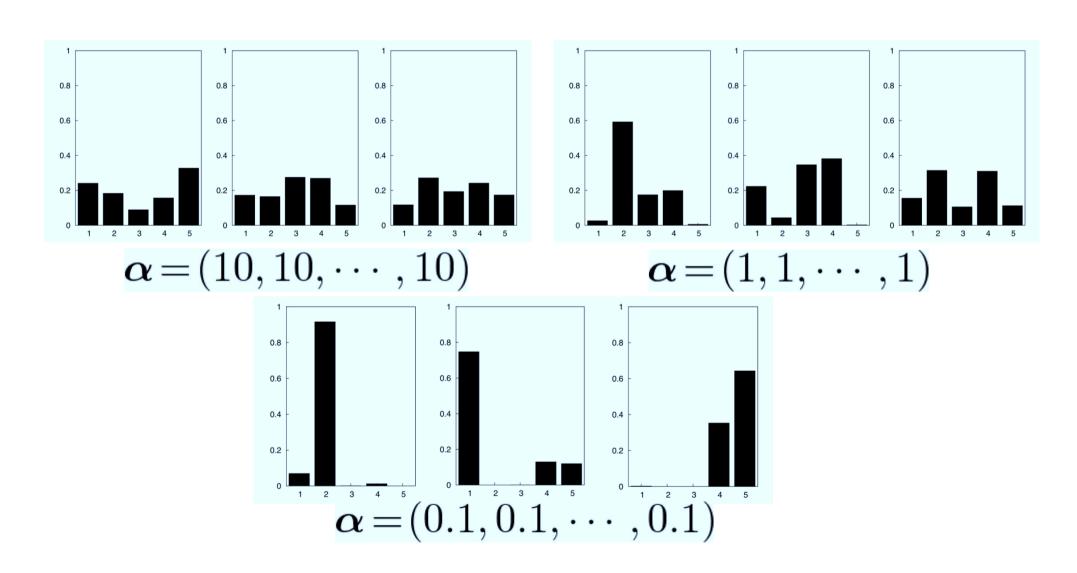
ディリクレ分布 (2)

ディリクレ分布のパラメータ αと分布の形



ディリクレ分布 (3)

ディリクレ分布からのサンプル P



最尤推定とベイズ推定

- \mathbf{p} がディリクレ事前分布から生まれたとき、 観測頻度 $X=n_1,n_2,\cdots,n_K$ による事後分布?
- ベイズの定理によれば、

$$p(\mathbf{p}|X) \propto p(X|\mathbf{p}) p(\mathbf{p})$$

$$\propto \prod_{k} p_k^{n_k} \cdot \left(\prod_{k} p_k^{\alpha_k - 1}\right) = \prod_{k} p_k^{n_k + \alpha_k - 1}$$

k k - これは $\mathrm{Dir}\,(\mathbf{n}+oldsymbol{lpha})$ なので、期待値は

$$E[p_k|X] = \frac{n_k + \alpha_k}{\sum_k (n_k + \alpha_k)}$$

最尤推定とベイズ推定 (2)

ディリクレスムージング という

- 最尤推定
- ベイズ推定

$$\hat{p}_k | X = \frac{n_k}{N}$$

$$E[p_k | X] = \frac{n_k + \alpha_k}{\sum_k (n_k + \alpha_k)} = \frac{n_k + \alpha_k}{N + \sum_k \alpha_k}$$

- 頻度に α_k を足して正規化することは、 ディリクレ事前分布 $\mathrm{Dir}(\alpha)$ を考えていることに相当する
- $-\alpha_k \equiv 1$:事前分布に一様分布を仮定
 - ラプラススムージングとよばれる
 - が、これが最良なわけではない

ハイパーパラメータ α の推定

- α はどうやって決める?
 - \rightarrow 観測データの尤度 $p(X|\alpha)$ を最大化する α
 - 経験ベイズ法(Empirical Bayes)とよばれる方法

$$p(X|\alpha) = \int p(X|\mathbf{p}) p(\mathbf{p}|\alpha) d\mathbf{p}$$

$$= \int \prod_{k} p_{k}^{n_{k}} \cdot \frac{\Gamma(\sum_{k} \alpha_{k})}{\prod_{k} \Gamma(\alpha_{k})} \prod_{k} p_{k}^{\alpha_{k}-1} d\mathbf{p}$$

$$= \frac{\Gamma(\sum_{k} \alpha_{k})}{\Gamma(\sum_{k} n_{k} + \alpha_{k})} \prod_{k} \frac{\Gamma(n_{k} + \alpha_{k})}{\Gamma(\alpha_{k})}$$

これはPolya分布 / DCM分布とよばれる

Dirichlet Compound Multinomial

ハイパーパラメータ α の推定 (2)

- ナイーブベイズの場合
 - あるラベルに属する文書群 X_1, \cdots, X_N があるとき、

$$p(X_1, \dots, X_N | \alpha) = \prod_{i=1}^N p(X_n | \alpha)$$

$$= \prod_{i=1}^N \frac{\Gamma(\sum_k \alpha_k)}{\Gamma(\sum_k n_{ik} + \alpha_k)} \prod_k \frac{\Gamma(n_{ik} + \alpha_k)}{\Gamma(\alpha_k)}$$

• これは α に関して凸なので、Newton法で最適化できる (Minka 2000)

$$\alpha'_{k} = \alpha_{k} \cdot \frac{\sum_{i} \Psi(n_{ik} + \alpha_{k}) - \Psi(\alpha_{k})}{\sum_{i} \Psi(\sum_{k} n_{ik} + \alpha_{k}) - \Psi(\sum_{k} \alpha_{k})}$$
$$(\Psi(x) = \frac{d}{dx} \log \Gamma(x))$$

ハイパーパラメータ α の推定 (3)

• 注意: この場合 \mathbf{p} を点推定していないので、 p(X|k) は $\mathbf{p}(X|k)$ は $\mathbf{p}(X|k)$ は $\mathbf{p}(X|k)$ は $\mathbf{p}(X|k)$ な $\mathbf{p}(X|k)$ は $\mathbf{p}(X|k)$ は $\mathbf{p}(X|k)$ は $\mathbf{p}(X|k)$ な $\mathbf{p}(X|k)$ は $\mathbf{p}(X|k)$ は

$$p(X|\alpha) = \frac{\Gamma(\sum_{k} \alpha_{k})}{\Gamma(\sum_{k} n_{k} + \alpha_{k})} \prod_{k} \frac{\Gamma(n_{k} + \alpha_{k})}{\Gamma(\alpha_{k})}$$

- 各単語が独立(ナイーブ)ではない
- 「キャッシュ」効果がある→同じ単語が再び出やすい
- UMの場合も上の拡張は可能
 - ···· Dirichlet Mixtures (Sjölander+96, 山本+03,05)
 - 導出はやや複雑
 - 実装: http://chasen.org/~daiti-m/dist/dm/

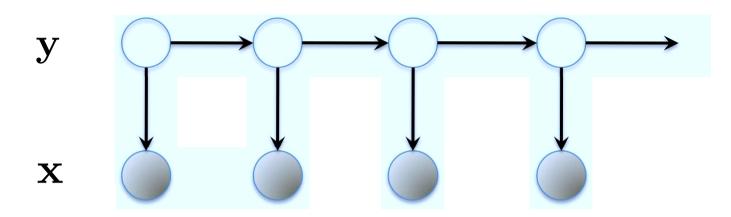
単語の時系列データ

本当は、言語の入力は時系列

$$\mathbf{x} = (17\ 5\ 3\ 2\ 108\ 91\ 2\ 34\ \cdots)$$
 When he was a young boy, a book ...

- これをどのようにモデル化するか?
 - 面白い複雑なモデルは色々考えられるが、
 - 最も簡単な隠れマルコフモデル (HMM)について

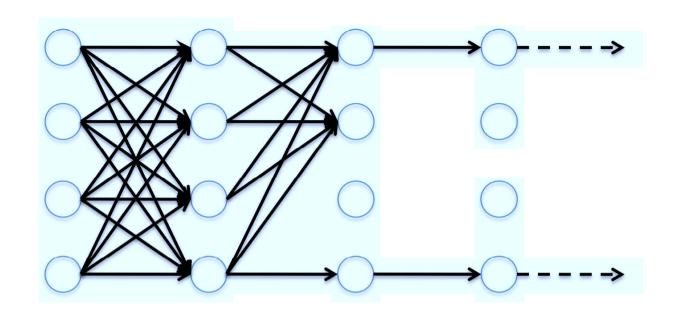
HMMの基礎



- 各時刻tの観測値 x_t に、隠れ状態 y_t が存在
 - $\mathbf{L} \mathbf{B}$ には $x_t \in \mathbb{R}^d, y_t \in \mathbb{R}^K$
 - 自然言語処理での最も簡単な場合は、 $x_t = w_t \in \{1 \cdots V\}$: 単語、 $y_t \in \{1 \cdots K\}$: 隠れ状態
- 時系列の確率モデル

$$p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = p(y_0) \prod_{t=1}^{T} p(x_t|y_t) p(y_t|y_{t-1})$$

HMMの学習法: 最尤推定

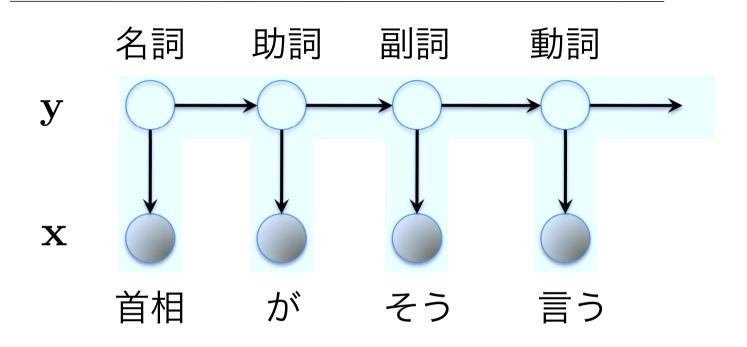


• 可能なパスは指数的(K^T 個)に存在・・・・動的計画法 $\alpha_t(s) = p(y_t = s, x_1 \cdot \cdot \cdot x_t)$ (内側確率)

$$= \sum_{k} p(x_{t}|y_{t}=s)p(y_{t}=s|y_{t-1}=k)\alpha_{t-1}(k)$$

• デコード時には、確率最大のパスを1つだけ、動的 計画法で求める (Viterbiパス)

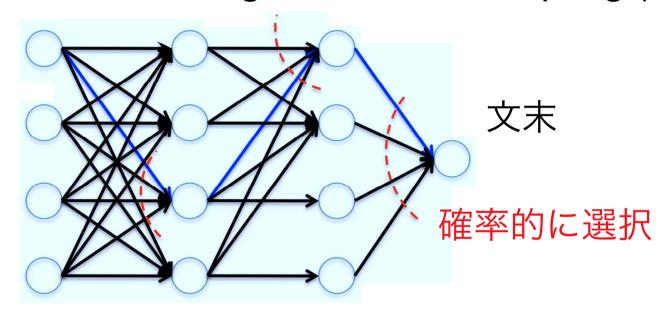
自然言語処理でのHMM



- 各単語の持つ「状態」=品詞
- chasenはHMMを教師あり学習に使用 (竹内&松本1997)
- 品詞の教師なし学習は? → Merialdo (1994)
 - しかし、あまり高い性能が出なかった
 - EMの局所解の影響が大きかった

HMMのベイズ学習

- MCMC: 各データの持つ状態系列を実際にサンプリング
- Forward Filtering-Backward Sampling (Scott 2002)



- 内側確率を計算しておいて、文末から確率的に選択 (確率的 Viterbi)

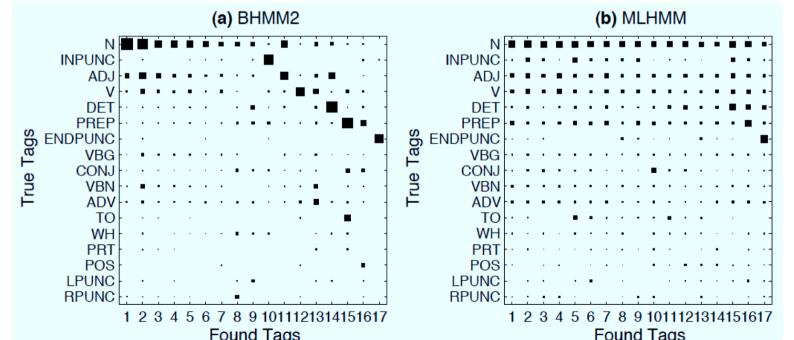
HMMのベイズ学習 (2)

Goldwater&Griffiths (2007): 最尤推定に比べて大きな

改善を報告

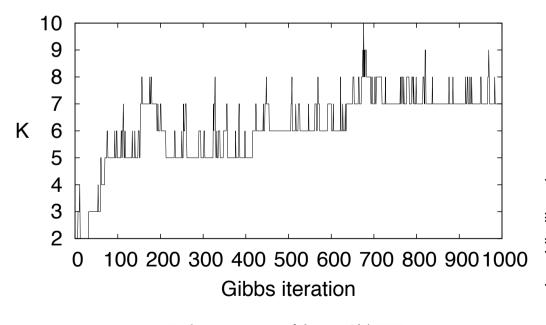
	Corpus size					
Accuracy	12k	24k	48k	96k		
random	64.8	64.6	64.6	64.6		
MLHMM	71.3	74.5	76.7	78.3		
CRF/CE	86.2	88.6	88.4	89.4		
BHMM1	85.8	85.2	83.6	85.0		
BHMM2	85.8	84.4	85.7	85.8		

• 推定された状態遷移行列が最尤推定とは全く異なる



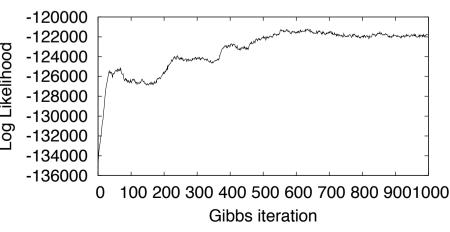
Infinite HMM

- ノンパラメトリックベイズ法(複雑なため今回は割愛)を使うと、HMMの状態数も同時に推定できる
 - Beal 2001, Teh 2006, van Gael 2008
- 下は、「不思議の国のアリス」を学習テキストにして 実際に動かしてみた結果

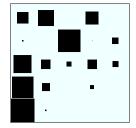


隠れ品詞数の学習

データの対数尤度の変化



Infinite HMM (2)



1		2		3		5	
she	432	the	1026	was	277	way	45
to	387	a	473	had	126	mouse	41
i	324	her	116	said	113	thing	39
it	265	very	84	\$	87	queen	37
you	218	its	50	be	77	head	36
alice	166	my	46	is	73	cat	35
and	147	no	44	went	58	hatter	34
they	76	his	44	were	56	duchess	34
there	61	this	39	see	52	well	31
he	55	\$	39	could	52	time	31
that	39	an	37	know	50	tone	28
who	37	your	36	thought	44	rabbit	28
what	27	as	31	herself	42	door	28
i'll	26	that	27	began	40	march	26

• 教師なしで、品詞に相当するものが学習できている!

Online HMM

- 通常のHMMの学習: 繰り返しが必要…計算量が大きい
 - EMの場合

```
For (収束するまで) { Eステップ: for (n=0; n<N; n++) { Forward-Backwardで p(y_n|\mathbf{x}_n,\Theta) を計算 } Mステップ: 上のp(y_n|\mathbf{x}_n,\Theta)から、パラメータ \Theta を更新 }
```

- データを全部見た後でしかΘを更新しない!

Online HMM (2)

- Online EM (Cappe&Moulines 09;Liang&Klein 09)の適用
- SGDで充分統計量を更新: HMMの場合、
 - − 状態遷移 j→k の回数 c(j,k)
 - kから単語wを生成した回数 n(k,w) がわかればよい

```
For t = 1...T, {
For n = randperm(1...N) {
Forward-Backwardで p(y_n|\mathbf{x}_n,\Theta) を計算
文n内での \mathbf{c}(\mathbf{j},\mathbf{k}), \mathbf{n}(\mathbf{k},\mathbf{w}) の期待値 s_n を求める
\mu = (1 - \eta_k)\mu + \eta_k s_n \qquad \eta_k :  学習率
k = k + 1
}
パラメータ更新の回数が多い!

→ 収束が速い、局所解回避
```

Online HMM (3)

PFIの岡野原氏による ohmm-0.02 が公開されている



複雑なモデルの教師なし学習

Bag of wordsふたたび

- NB/UMでは、 $p(y_n|\mathbf{w}_n,\Theta)$ を計算した
 - データ点 \mathbf{w}_n をラベル y_n で表現

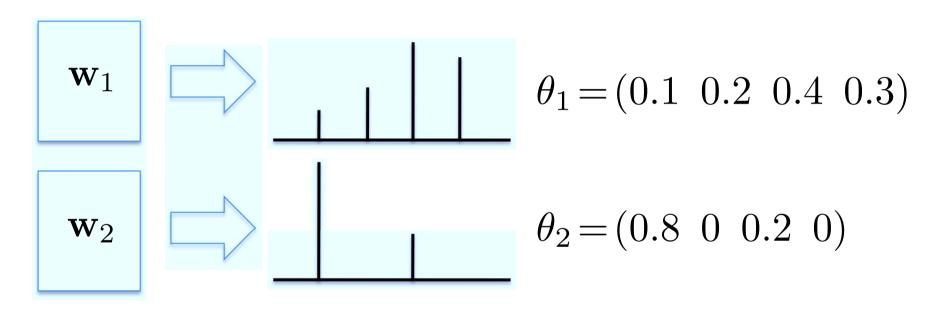


- 実際には、 \mathbf{w}_n の内容はそう一言では言えない例)
 - Amazonのレビュー文
 - よい評価の箇所
 - 悪い評価の箇所
 - 新聞記事
 - ・ "科学分野の予算"の記事
 - "伝統芸能の国際化"の記事

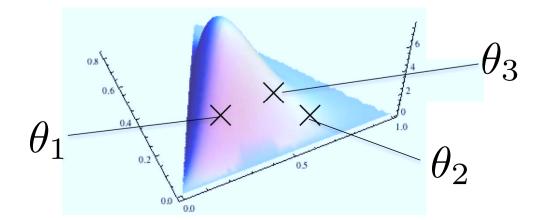
• •

トピックモデル: LDA (Blei+ 01,03)

解決(の1つ): 文書wを話題(トピック)の混合で表現する

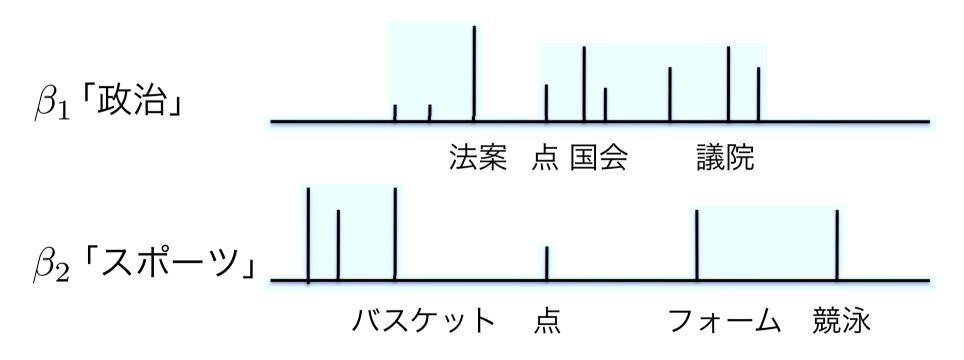


混合比 θ をディリクレ事前分布から生成



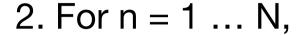
トピックモデル (2)

• 「話題」とは?→単語の生起確率分布 $\beta_k = \{p(w|k)\}$ $(w = 1 \cdots V)$



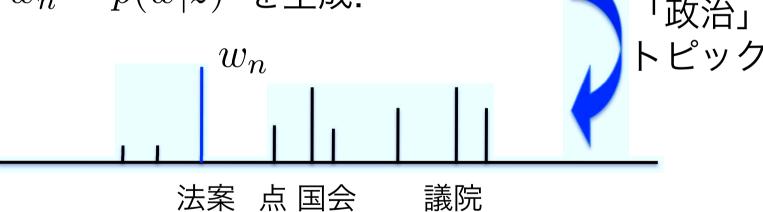
LDAの文書生成モデル

1. トピック混合比 $\theta \sim \text{Dir}(\alpha)$ を生成.



a. トピック $z_n \sim \mathrm{Mult}(\theta)$ を選択

b. 単語 $w_n \sim p(w|z)$ を生成.



 z_n

LDAの学習例

川端康成「雪国」の冒頭

国境の長いトンネルを抜けると雪国であった。 夜の底が白くなった。信号所に汽車が止まった。 向側の座席から娘が立って来て、島村の前のガラス 窓を落した。雪の冷気が流れこんだ。…

- 2000年度毎日新聞記事全文 (2,887万語) で学習した モデルで分析
 - 青色のトピックは冬に関係する
 - 緑色のトピックは電車に関係する
 - 黒色は地の文

LDAの確率モデル

• 式で書くと、 $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_T)$ について

$$p(\mathbf{w}|\alpha,\beta) = \int \sum_{\mathbf{z}} p(\mathbf{w}, \mathbf{z}, \theta) d\theta$$

$$= \int \sum_{\mathbf{z}} p(\mathbf{w}|\mathbf{z}) p(\mathbf{z}|\theta) d\theta$$

$$= \int \prod_{n} \sum_{k} p(w_{n}|k) \theta_{k} \cdot \text{Dir}(\theta|\alpha) d\theta$$

$$= \frac{\Gamma(\sum_{k} \alpha_{k})}{\prod_{k} \Gamma(\alpha_{k})} \int \left(\prod_{k} \theta_{k}^{\alpha_{k}-1}\right) \prod_{n} \sum_{k} \theta_{k} p(w_{n}|k) d\theta$$

- 推定すべきパラメータは α と β ={p(w|k)}
 - パラメータの数はナイーブベイズと同じ

LDAの学習

- これを解く方法は色々あるが、標準的なVB-EMアル ゴリズムでは (導出略):
 - VB-E step:

$$p(z=k|w_{ni}) \propto p(w_{ni}|k) \exp\left(\Psi\left(\alpha_k + \sum_i p(z=k|w_{ni})\right)\right)$$

- VB-M step:

$$p(w|k) \propto p(k|w)p(w) \propto \sum_{n} \sum_{i} p(z=k|w_{ni})$$

- 全体の学習アルゴリズム
 - 各文書nの各単語iについて、 $p(z=k|w_{ni})$ を計算
 - その結果から、 $\beta = p(w|k)$ とαを更新
 - 以上を繰り返す.

LDAの学習 (2)

全体の学習アルゴリズム:

```
VB-E step:
 For n = 1...N {
   For i = 1 ... T {
    p(z=k|w_{ni}) \propto p(w_{ni}|k) \exp\left(\Psi\left(\alpha_k + \sum p(z=k|w_{ni})\right)\right)
                                                                    を計算
VB-M step:
  αを更新:
  \beta = p(w|k) \propto p(k|w)p(w) \propto \sum \sum p(z=k|w_{ni}) を更新
```

• 実は途中で α, β を更新できるのでは? \rightarrow オンライン化

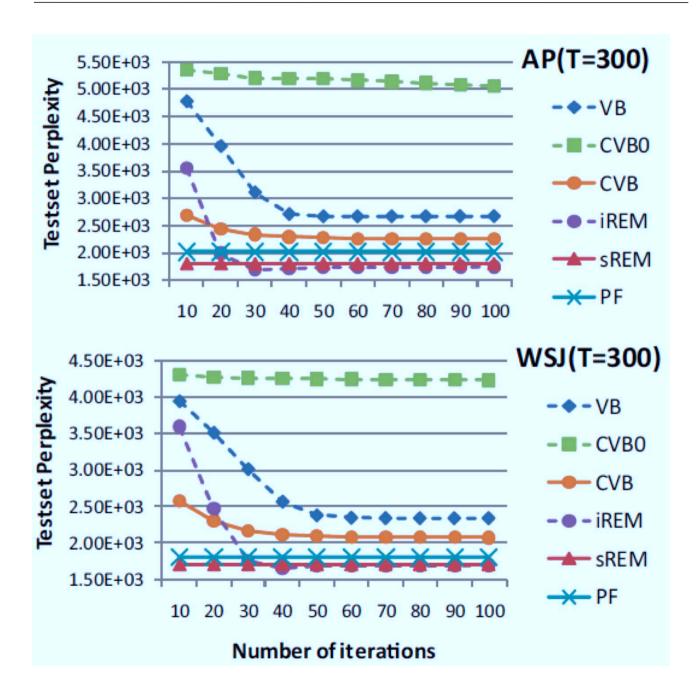
Online LDA (Sato+ 2010)

1文書を見るごとに、α,βを更新

```
While (収束するまで) {
 For n = 1...N {
   For i = 1 ... T {
    p(z=k|w_{ni}) \propto p(w_{ni}|k) \exp\left(\Psi\left(\alpha_k + \sum p(z=k|w_{ni})\right)\right)
                                                                   を計算
   αを更新
   \beta = p(w|k) \propto p(k|w)p(w) \propto \sum \sum p(z=k|w_{ni}) を更新
```

- 一番外側のループはなくてもよい→オンライン学習
 - 1文書を見て学習・・データを捨ててしまってよい

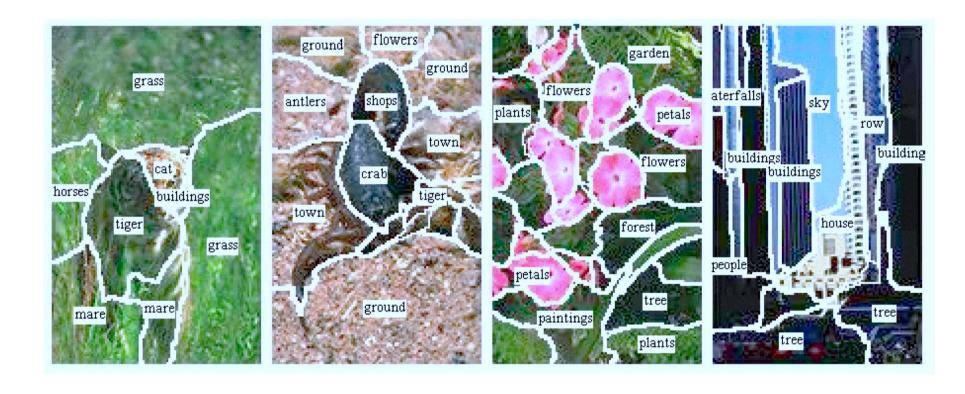
Online LDA (Sato+ 2010): 実験結果



- ・ 紫の▲(sREM)が Online LDA
- AP: Assciated Press コーパス
- WSJ: Wall Street Journal コーパ ス

画像処理への応用

 古典的な適用: "Matching words and Pictures" (K.Barnard, ICCV 2001/JMLR 2003)



比較的最近の画像への適用

Topic Random Field (Fei-Fei Li+, ECCV 2010)

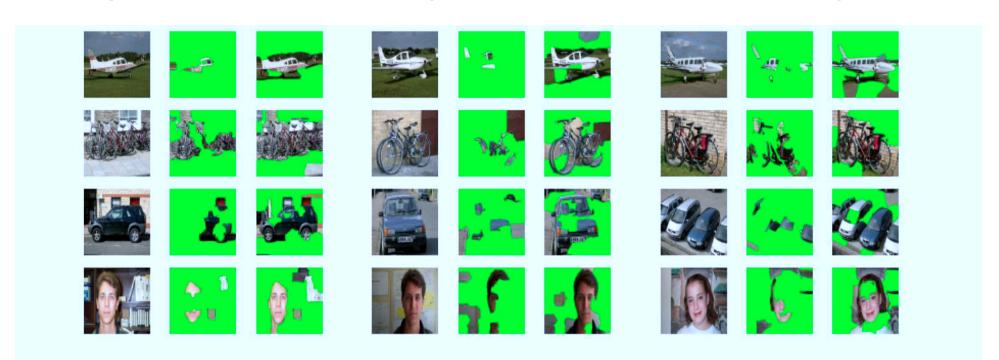


Fig. 5. (Best viewed in color). Segmentation results of the MSRC database. From left to right: original image, segmentation result of spatial LDA and TRF.

$$p(\mathbf{z}^d|\boldsymbol{\theta}^d, \sigma) = \frac{1}{A(\boldsymbol{\theta}^d, \sigma)} \exp\left[\sum_n \sum_k z_{nk}^d \log \theta_k^d + \sum_{n \sim m} \sigma I(z_n^d = z_m^d)\right]$$
(1)

Geographic topic model (Eisenstein+ 2010)

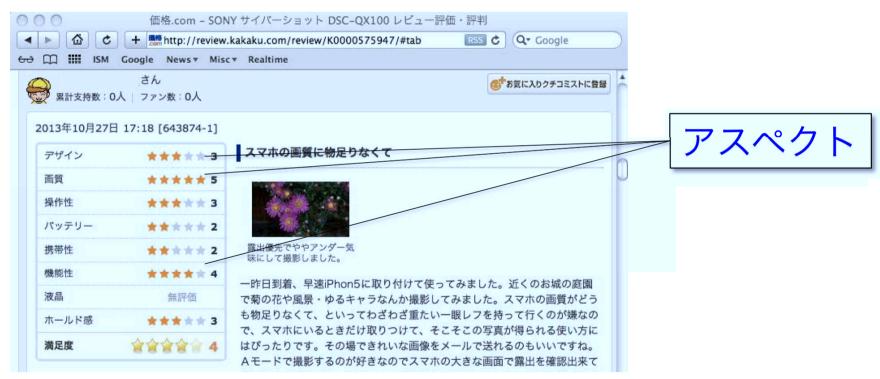
	"basketball"	"popular music"	"daily life"	"daily life" "emoticons"	
	PISTONS KOBE LAKERS game DUKE NBA CAVS STUCKEY JETS KNICKS	album music beats artist video #LAKERS ITUNES tour produced vol	tonight shop weekend getting going chilling ready discount waiting iam	:) haha :d :(;) :p xd :/ hahaha hahah	lol smh jk yea wyd coo ima wassup somethin jp
Boston	CELTICS victory BOSTON CHARLOTTE	playing daughter PEARL alive war comp	BOSTON	;p gna loveee	ese exam suttin sippin
N. California	THUNDER KINGS GIANTS pimp trees clap	SIMON dl mountain seee	6am OAKLAND	pues hella koo SAN fckn	hella flirt hut iono OAKLAND
New York	NETS KNICKS	BRONX	iam cab	oww	wasssup nm
Los Angeles	#KOBE #LAKERS AUSTIN	#LAKERS load HOLLYWOOD imm MICKEY TUPAC	omw tacos hr HOLLYWOOD	af <i>papi</i> raining th bomb coo HOLLYWOOD	wyd coo af <i>nada</i> tacos messin fasho bomb
Lake Erie	CAVS CLEVELAND OHIO BUCKS od COLUMBUS	premiere prod joint TORONTO onto designer CANADA village burr	stink CHIPOTLE tipsy	;d blvd BIEBER hve OHIO	foul WIZ salty excuses lames officer lastnight

LDAの拡張

- 他にも無数にある(現在も発展)が、中でも識別学習との 結合モデルを以下で紹介
 - Titov&Mcdonald (2008): "A Joint Model of Text and Aspect Ratings for Sentiment Summarization"

Titov&Mcdonald (2008)

背景: レビューサイトでのレビュー文には、 評価ポイントごとの点がついていることが多い



- 問題: どの評価ポイント(アスペクト)がレビュー文の どこに対応しているかわからない!
 - しかし、統計的には相関があるのでわかるはず

MAS (Multi-Aspect Sentiment model)

- 解決: アスペクト∈トピックとみて、アスペクトに割り当てられた語を使った回帰モデル
 - トピックモデル+ロジスティック回帰

This hotel has a good location and great service. Lunch is also great, especially with a café style desserts.

We can reach any spots from this hotel by walk or a light rails.

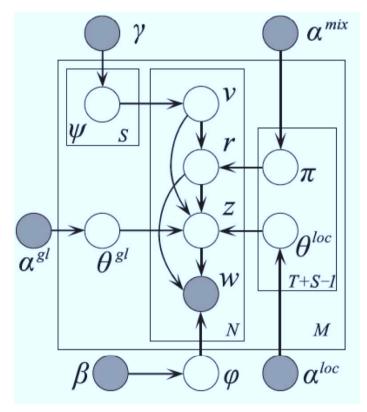
The most prominent feature of this hotel is its silence; it is a bit far away from the downtown. However, during our stay, we could enjoy fabulous restaurants located in this hotel. ...

Logistic Regression

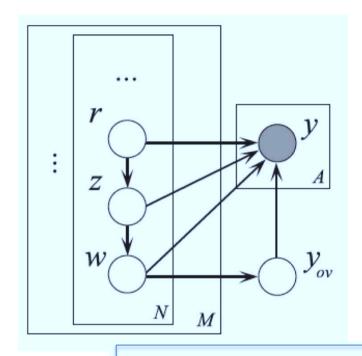
Food:

MAS (2)

全体像



回帰モデル部



nグラムfが評価yを生む重み

$$p(y^{(a)} = y | \mathbf{w}, \mathbf{r}, \mathbf{z}) \propto \exp\left(b_y^{(a)} + \sum_f \lambda_{f,y} + p(a|f)\lambda_{f,y}^{(a)}\right)$$

トピックをサンプルする際にも、この重みを 用いる (同時学習)

自然言語処理の先端での教師なし学習&関連する統計モデル

混合モデル(Mixture model)の復習

• 混合モデル: データがある1つの分布から生成

$$p(\mathbf{w}) = \sum_{\mathbf{z}} p(\mathbf{w}, \mathbf{z}) = \sum_{\mathbf{z}} p(\mathbf{w}|\mathbf{z})p(\mathbf{z})$$

- ナイーブベイズ、Unigram Mixtures: 文書全体が p(w|z) から生成



- LDA: 各単語ごとにトピックzがあり、p(w|z)から生成

混合モデルには限界がある

$$p(\mathbf{w}) = \sum_{\mathbf{z}} p(\mathbf{w}|\mathbf{z})p(\mathbf{z})$$

- 現実のデータ: さまざまな制約が満たされて生成されている
 - 自然言語の場合: トピック以外に、
 - 文法的な制約 [主語は1つ,係り結びが完結,...]
 - 時制の一致
 - 文体が適正か [ですます/である, 女言葉, ...]
 - 購買データの場合: 中身以外に、
 - デザインの各個人の嗜好
 - 広告効果、メーカー信頼度 [Sonyファンなど]
 - 緊急性...

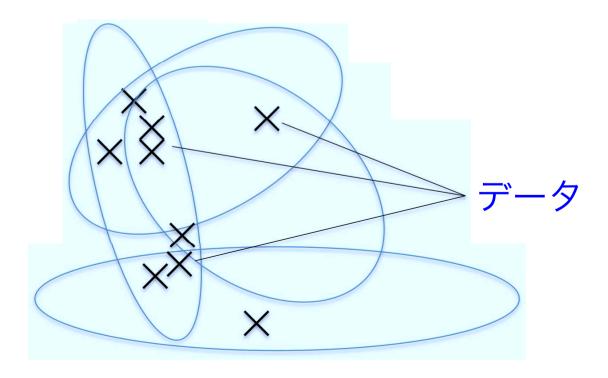
これを混合モデルで扱うのは困難!

積モデル (Product Model)

• 制約を確率(でなくてもよい)の積で表現 (Hinton 2002)

$$p(\mathbf{w}|\theta) = \frac{\prod_k p(\mathbf{x}|\theta_k)}{Z}, \ Z = \sum_{\mathbf{w}} \prod_k p(\mathbf{x}|\theta_k)$$

• データは、すべての制約 $p(\mathbf{x}|\theta_k)$ を満たされて生成



Log-Linearモデル/最大エントロピー法

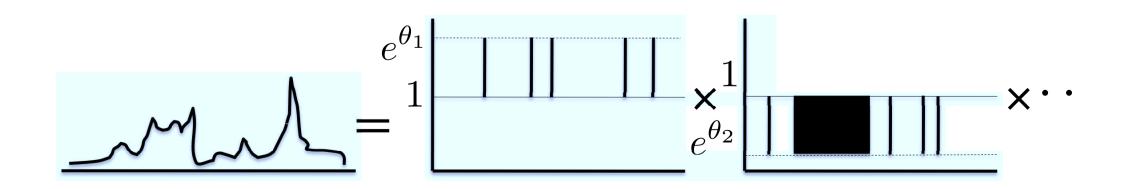
● 対数線形モデルは、Product Modelの一種

$$p(\mathbf{w}|\theta) = \frac{\exp(\sum_{k} \theta_{k} f_{k}(\mathbf{w}))}{Z} = \frac{\prod_{k} e^{\theta_{k} f_{k}(\mathbf{x})}}{Z}$$

$$p(\mathbf{w}|\theta_k) = e^{\theta_k f_k(\mathbf{x})}$$

$$= \begin{cases} e^{\theta_k} & \text{if } f_k(\mathbf{x}) = 1\\ 1 & \text{if } f_k(\mathbf{x}) = 0 \end{cases}$$

とおけば、 これは Product Model



Product Modelの学習

$$p(\mathbf{w}|\theta) = \frac{\prod_k p(\mathbf{w}|\theta_k)}{Z}$$

- 分配関数 $Z = \sum_{\mathbf{w}} \prod_k p(\mathbf{w}|\theta_k)$ が容易には求まらない!
 - Zは「可能な文すべてについての厖大な和」
 - 10,000単語種×20単語=(10⁴)²⁰=10⁸⁰ !! [全宇宙の電子の総数]
 - CRFなどは、Markov性でZが計算できる特別な場合

Product Model の学習 (2)

- ・ 一般に、 $p(\mathbf{w}|\theta) = \frac{f(\mathbf{w}|\theta)}{Z}, \ Z = \sum_{\mathbf{w}} f(\mathbf{w}|\theta)$ を考える.
- モデルpのもとでのwの平均的な対数尤度 (確率) を 最大化したい

$$L = \left\langle \log p(\mathbf{w}|\theta) \right\rangle_{\hat{p}(\mathbf{w})}$$
$$= \sum_{i=1}^{N} \hat{p}(\mathbf{w}_i) \log p(\mathbf{w}_i|\theta) \rightarrow$$
最大化

Product Model の学習 (3)

勾配法で θ を最適化

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \left\langle \frac{\partial}{\partial \theta} \log p(\mathbf{w}|\theta) \right\rangle_{\hat{p}(\mathbf{w})}$$

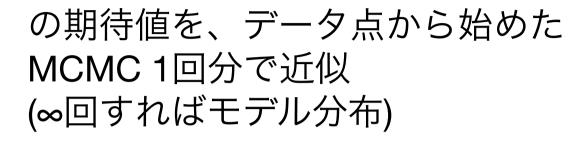
$$= \left\langle \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \log f(\mathbf{w}|\theta) - \log Z \right\} \right\rangle_{\hat{p}(\mathbf{w})}$$

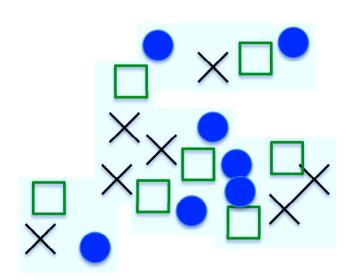
$$= \left\langle \frac{\partial}{\partial \theta} \log f(\mathbf{w}|\theta) \right\rangle_{\hat{p}(\mathbf{w})} - \left\langle \frac{\partial}{\partial \theta} \log f(\mathbf{w}|\theta) \right\rangle_{p(\mathbf{w}|\theta)}$$

今求めようとしているモデル $p(w|\theta)$ 自体による期待値! (どうする?)

Contrastive Divergence学習

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial \theta} \log f(\mathbf{w}|\theta) \right\rangle_{p(\mathbf{w}|\theta)}$$





擬似的な「負例」, fantasy data

×:実際のデータ点

:モデルからの真のサンプル

□:MCMC1回分のサンプル (fantasy data)

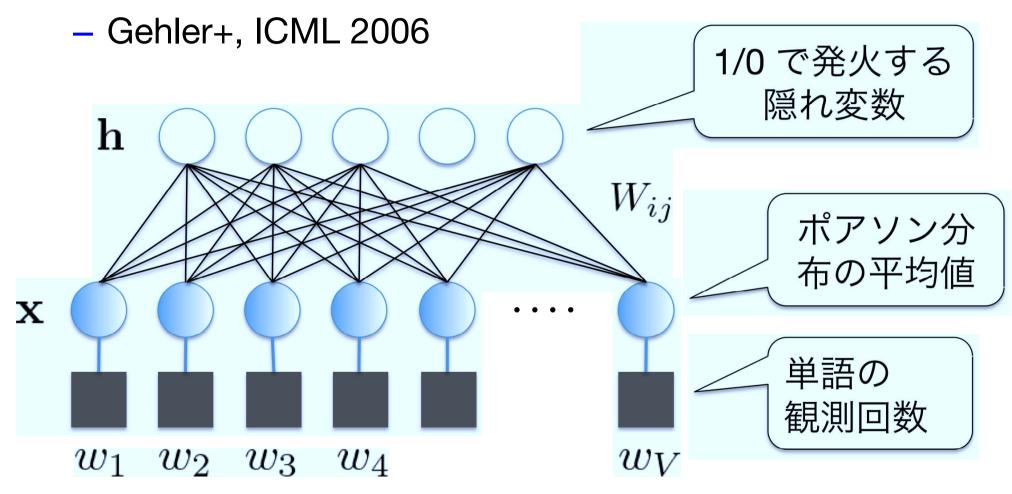
• PRML4章, ロジスティック回帰(教師あり) (4.93)式

$$\nabla E(\theta) = -\sum_{n} (t_n - \theta^T \phi_n) \phi_n$$

正解とモデル予測との差

テキストのProduct Model

RaP (Rate Adapting Poisson) モデル



Restricted Boltzmann Machine (RBM)とよばれるニューラルネット

RaPの確率モデル

• RaPでは、潜在層hと観測層vに以下の結合確率を仮定

$$p(\mathbf{v}, \mathbf{h}) = \frac{\exp\left(\sum_{ij} W_{ij} v_i h_j + f(\mathbf{v}) + g(\mathbf{h})\right)}{Z}$$
$$= \frac{\prod_{ij} \exp\left(W_{ij} v_i h_j\right) \cdot e^{f(\mathbf{v})} e^{g(\mathbf{h})}}{Z}$$

● RaP(一般に、こうしたRBM)はProduct Model!

RaPの確率モデル (2)

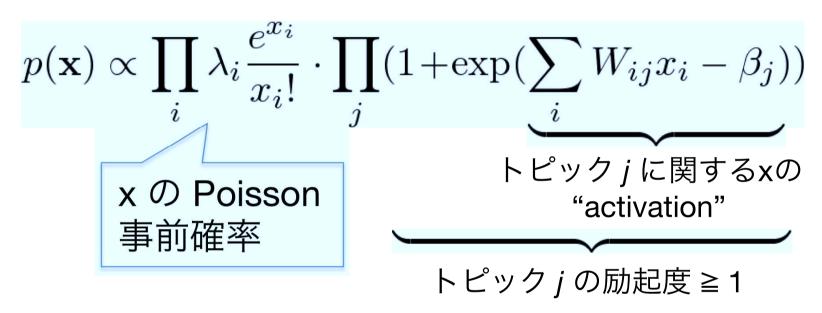
• 潜在層と観測層が条件付き確率で結ばれる

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{h}) = \prod_{i} \text{Po}\left(x_{i} \middle| \log(\lambda_{i}) + W_{ij}h_{j}\right)$$
$$p(\mathbf{h}|\mathbf{x}) = \prod_{j} \text{Bin}\left(h_{j} \middle| \sigma(\log(\frac{p_{j}}{1 - p_{j}}) + \sum_{i} W_{ij}x_{i}\right)$$

- 学習: xからhをサンプル/hからxをサンプル, をMCMCで繰り返して勾配を計算
 - Contrastive Divergence 学習!

RaPの解釈

潜在トピック層を周辺化して消去すると、

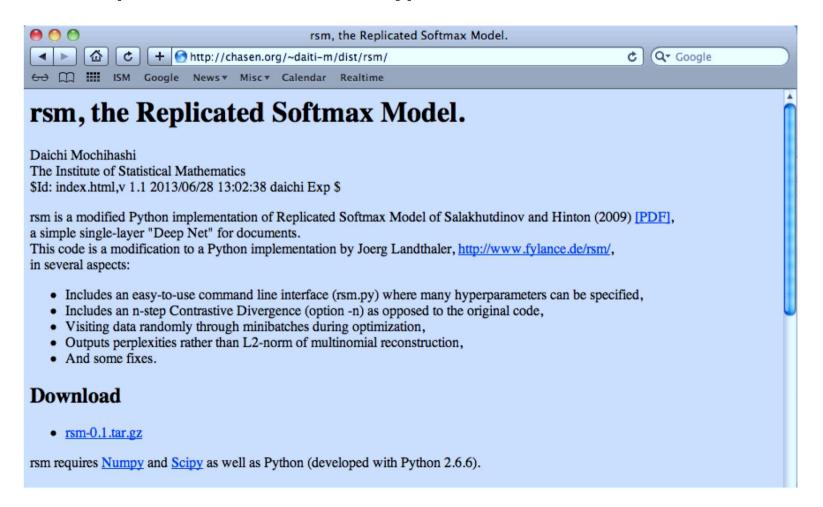


ポアソン分布×トピック別の 励起度の積

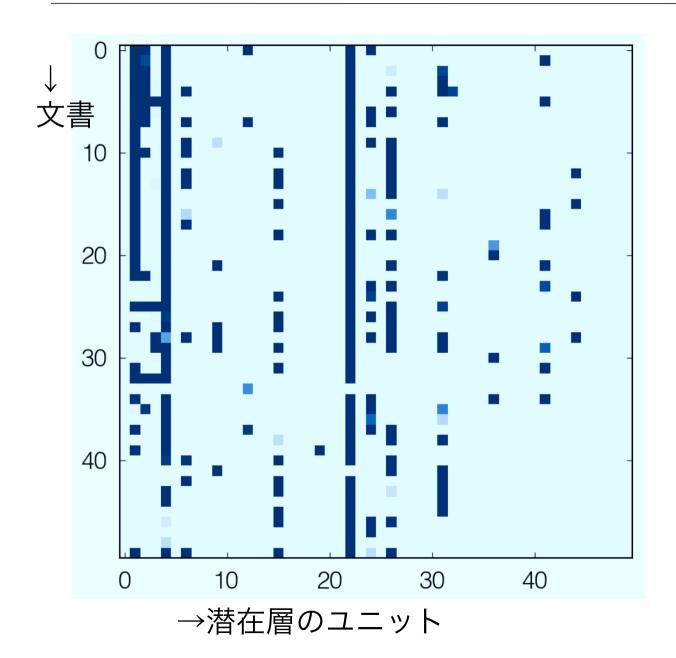
$$\begin{vmatrix} \beta_j = -\log\left(\frac{p_j}{1 - p_j}\right) \\ \ge U t = 0 \end{vmatrix}$$

Replicated Softmax Model

- RaPを固定長以外の文書に拡張 (Salakhutdinov+ 09)
 - モデルや学習方法はほぼ同じ、State of the art
- 実装: http://www.ism.ac.jp/~daichi/dist/rsm/



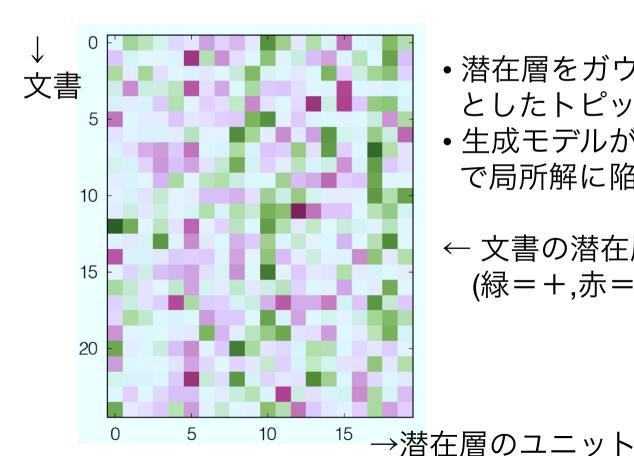
RSMの学習結果



- RSMで学習した 文書の潜在層 (NIPSコーパスの 一部)
- 潜在層は[0,1]だが、 ほぼ0か1になる
 - テキストのbit coding

RBM: ただし...

- RBMのContrastive Divergenceによる勾配法は、 最適化が非常に難しい
 - きわめて多数の局所解: 学習率、モーメント、初期値……
- 潜在層が二値である必要は、本当はない

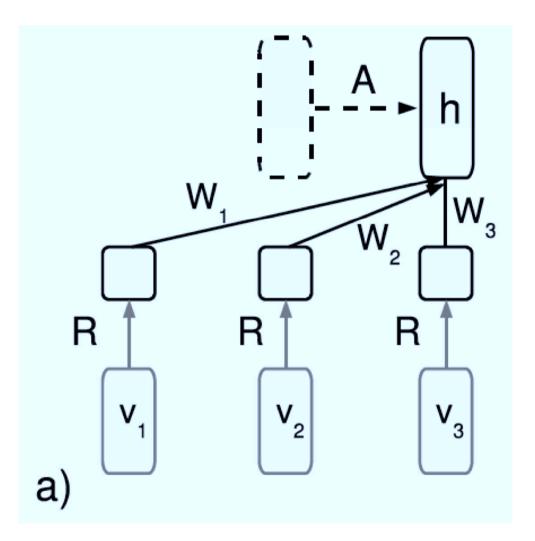


- ・潜在層をガウス分布 (正負両方)の連続値 としたトピックモデル (持橋+ 2013)
- 生成モデルがあるため、最適化はMCMC で局所解に陥らない
- ← 文書の潜在層を可視化したもの (緑=+,赤=ー)

言語モデルへの拡張

- RBMを時系列の言語データに拡張できないか?
- 言語モデル: 文の確率 $p(w_1, w_2, \cdots, w_N)$ を計算
 - $p(w_1, \dots, w_N) = \prod_{n=1}^N p(w_n | w_1 \dots w_{n-1})$ より、
 - $-p(w_n|w_1\cdots w_{n-1})$ がわかればよい
- Neural probabilistic language model (NPLM) (Bengio 2003)に近い
 - NPLMはn-gramより高性能

単純な拡張 (Mnih+ 2007)

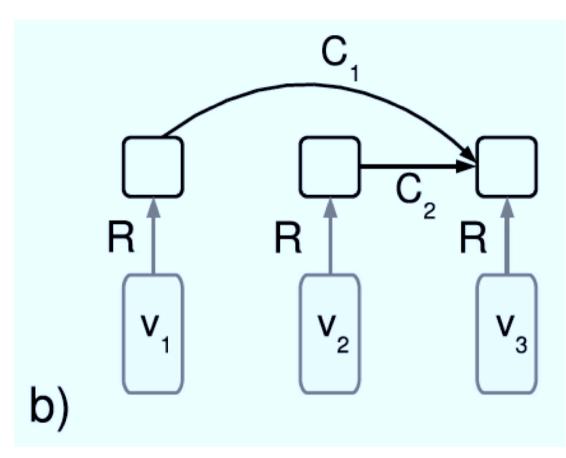


- 各文脈に隠れ層hあり
- 単語 v_i の連続表現 v_i^TR とhを重み行列 W_i で内積 \rightarrow 全体のエネルギー

$$E(w_1, \dots, w_n, h)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} (v_i^T R) W_i h$$
+ (正則化項).

LBL (Log-Bilinear Language model)



(Mnih&Hinton, 2007)

- 隠れ層hを消去
- ・ 予測語 w_n と文脈 w_i の連続表現を、位置 依存の C_i で内積

$$E(w_1, \dots, w_n, h)$$

$$= -\left(\sum_{\substack{i=1\\n-1}}^{n-1} v_i^T R C_i\right) R^T v_n$$

$$= -\sum_{\substack{i=1\\i=1}}^{n} \vec{w}_i^T C_i \vec{w}_n$$

- これに正則化項

Word embeddingの例 (Mirowski+10)

Table 8. Examples of 10 closest neighbors in the latent word embedding space on the Reuters dataset, using an LBLN architecture with 500 hidden nodes, $|Z_W| = 100$ dimensions for the word representation and $|Z_X| = 5$ dimensions for the POS features representation. The notion of distance between any two latent word vectors was defined as the cosine similarity. Although word representations were initialized randomly and WordNet::Similarity was not enforced, functionally and semantically (e.g. both synonymic and antonymic) close words tended to cluster.

debt	aa	decrease	met	slow
financing	aaa	drop	introduced	moderate
funding	bbb	decline	rejected	lower
debts	aa-minus	rise	sought	steady
loans	b-minus	increase	supported	slowing
borrowing	a-1	fall	called	double
short-term	bb-minus	jump	charged	higher
indebtedness	a-3	surge	joined	break
long-term	bbb-minus	reduction	adopted	weaker
principal	a-plus	limit	made	stable
capital	a-minus	slump	sent	narrow

LBL>n-gram

Table 2. Perplexity scores for the models trained on the 14M word training set. The mixture test score is the perplexity obtained by averaging the model's predictions with those of the Kneser-Ney 5-gram model. The log-bilinear models use 100-dimensional feature vectors.

Model	Context	Model	Mixture
type	size	test score	test score
Log-bilinear	5	117.0	97.3
Log-bilinear	10	107.8	92.1
Back-off KN3	2	129.8	
Back-off KN5	4	123.2	
Back-off KN6	5	123.5	
Back-off KN9	8	124.6	

LBLはKneser-Ney n-gramよりかなり高性能

LBL/NPLMの最近の話

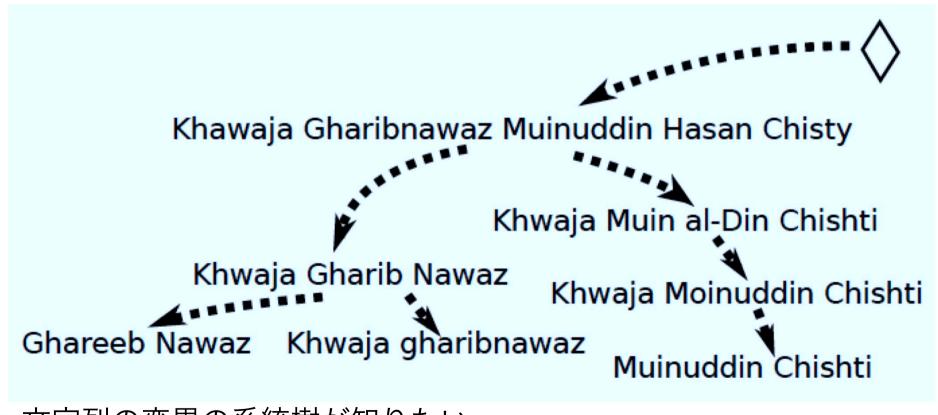
- Hierarchical LBL (HLBL)
 - (Mnih&Hinton, NIPS 2008)
 - 語彙を階層クラスタリングして計算量削減
- LBLの学習高速化 (Mnih&Teh, ICML2012)
 - Contrastive estimationで勾配を計算
- 音声認識への適用 (Mirowski+ 2010)

Table 7. Speech recognition results on TV broadcast transcripts, using the same training set and test set as in Table 6, but with the true sentence to be predicted included among the n-best candidates.

Method	Accuracy
Back-off KN 4-gram	86.9 %
LBLN+POS+init	94 %
"Oracle"	100 %

教師なし学習はRBMには限らない

- Deep Netは、教師なし学習のごく一部
- 最近の例: 文字列の Phylogenetic Inference (Andrews+ EMNLP2012)



文字列の変異の系統樹が知りたい

Andrews+ (2012) "Name Phylogeny"

The latent variables in the model are⁴

- The spanning tree over tokens p
- The token permutation i
- The topics of all named-entity and context tokens z

Inference requires marginalizing over the latent variables:

$$\mathsf{Pr}_{\phi, \theta}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{i}, \mathbf{z}} \mathsf{Pr}_{\phi, \theta}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{i}, \mathbf{p})$$

- どの文字列がどの文字列に書き変わったのかを EMで推定した後、文字列の Transducer (書き換え器) のパラメータを更新
 - →EMを繰り返す

まとめ

- 自然言語の教師なし学習の初歩は混合モデル (クラスタリング): NB, UM, LDA, ...
 - さまざまな拡張がある、基本モデル
 - 識別モデルとも統合できる (研究の前線)
- 混合モデルから積モデルへ
 - さまざまな制約を取り入れることが可能
 - Deep Learning (RBM)は、積モデルの一例
- さらに進んだモデル
 - 積モデル+潜在変数
 - 系統樹推定、進化モデル、文字列Transducer、...
 - 言語の教師なし学習のフロンティアは無限に広い

終わり

• Any Questions?

参考文献

- Kamal Nigam+, "Text Classification from Labeled Unlabeled Documents using EM", Machine Learning, 39(2):103-134, 2000.
- Thomas Minka, "Estimating a Dirichlet distribution", Technical report, 2000.
- 山本幹雄+,「混合ディリクレ分布を用いた文脈のモデル化と言語モデルへの応用」,情報処理学会研究報告2003-SLP-48,2003.
- Mikio Yamamoto and Kugatsu Sadamitsu, "Dirichlet Mixtures in Text Modeling", CS Technical Report CS-TR-05-1, University of Tsukuba, 2005.
- Steven L. Scott, "Bayesian Methods for Hidden Markov Models", JASA, 97:337-351, 2002.
- B. Merialdo, "Tagging English text with a probabilistic model", Computational Linguistics, 20(2):155-172, 1994.
- 竹内孔一, 松本裕治,「隠れマルコフモデルによる日本語形態素解析のパラメータ推定」,情報処理学会論文誌38(3):500-509, 1997.
- Sjölander+, "Dirichlet Mixtures: A Method for Improved Detection of Weak but Siginificant Protein Sequence Homology", Computing Applications in Biosciences, 12(4):327-345, 1996.

参考文献 (2)

- Sharon Goldwater, Thomas L. Griffiths, "A Fully Bayesian Approach to Unsupervised Part-of-Speech Tagging", ACL 2007.
- Beal, Ghahramani, Rasmussen, "The Infinite Hidden Markov Model", NIPS 2001.
- Y.W.Teh+, "Hierarchical Dirichlet Processes", JASA, 101(476):1566-1581, 2006.
- J.van Gael+, "Beam sampling for the infinite hidden Markov model", ICML 2008.
- O. Cappé, E. Moulines, "Online Expectation-Maximization algorithm for Latent data models", JRSS(B), 71, 2009.
- P. Liang, D. Klein, "Online EM for Unsupervised Models", NAACL 2009.
- D. Blei+, "Latent Dirichlet Allocation", NIPS 2001.
- D. Blei+, "Latent Dirichlet Allocation", JMLR, 3:993-1022, 2003.
- Issei Sato+, "Deterministic Single-Pass Algorithm for LDA", NIPS 2010.
- Ivan Titov, Ryan Mcdonald. "A Joint Model of Text and Aspect Ratings for Sentiment Summarization", ACL 2008.

参考文献 (3)

- Kobus Barnard and David Forsyth, "Learning the Semantics of Words and Pictures", ICCV 2001.
- Kobus Barnard+, "Matching Words and Pictures", JMLR, 3:1107-1135, 2003.
- B. Zhao, L. Fei-Fei, E. Xing, "Image Segmentation with Topic Random Fields", ECCV 2010.
- Jakob Eisenstein+, "A Latent Variable Model for Geographic Lexical Variation", EMNLP 2010.
- Hinton, G. E., "Training Products of Experts by Minimizing Contrastive Divergence", Neural Computation, 14:1771-1800, 2002.
- Peter V. Gehler+, "The Rate Adapting Poisson Model for Information Retrieval and Object Recognition", ICML 2006.
- R. Salakhutdinov and G. Hinton, "Replicated Softmax: an Undirected Topic Model", NIPS 2009.
- Yoshua Bengio+, "A Neural Probabilistic Language Model", JMLR, 3:1137-1155, 2003.
- Andriy Mnih and Geoffrey Hinton, "Three New Graphical Models for Statistical Language Modeling", ICML 2007.

参考文献 (4)

- Andriy Mnih and Geoffrey Hinton, "A Scalable Hiearchical Distributed Language Model", NIPS 2008.
- Andriy Mnih and Yee Whye Teh, "A fast and simple algorithm for training neural probabilistic language model", ICML 2012.
- Piotr Mirowski+, "Feature-rich Continuous Language Models for Speech Recognition", IEEE Workshop on Spoken Language Technology, 2010.
- Nicholas Andrews, Jason Eisner, Mark Dredze. "Name Phylogeny: A Generative Model for String Variation", EMNLP 2012.